ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 16

Тема: Расчет неразветвленных RLC- цепей переменного тока.

Цель: Научиться выполнять расчеты цепей переменного тока с помощью векторных диаграмм.

Студент должен

знать:

- общую характеристику цепей переменного тока;
- изображение синусоидальных величин с помощью временных и векторных диаграмм;
- параметры неразветвленной электрической цепи с активным сопротивлением, с катушкой индуктивности (идеальной), с емкостью;

уметь:

- производить расчет электрической цепи с активным сопротивлением, с катушкой индуктивности (идеальной), с емкостью;
- строить векторные диаграммы.

Теоретическое обоснование

1) Цепь переменного тока с активным сопротивлением.

Если цепь обладает только активным сопротивлением R (цепь с резистором) и к ее зажимам приложено синусоидально изменяющееся напряжение

$$u = U_m \sin \omega t$$

то, по закону Ома, мгновенное значение тока в цепи

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U_m \sin \omega t}{R} = I_m \sin \omega t$$

где U_m - амплитудное значение напряжения, В;

$I_m = U_m / R$ - амплитудное значение тока, А.

Действующее значение тока в цепи

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{U_m}{R\sqrt{2}} = \frac{U}{R}$$

Напряжение и ток в цепи с активным сопротивлением совпадают по фазе, и в любой момент времени мгновенные значения тока и напряжения пропорциональны друг другу.

Средняя за период мощность или активная мощность электрической цепи, выражаемая в ваттах (Вт),

$$P = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}$$

2) Цепь переменного тока с индуктивностью.

Если электрическая цепь обладает только индуктивностью L (активное сопротивление катушки $R = 0$) и по ней проходит синусоидальный ток

$$I = I_m \sin \omega t$$

то, по второму закону Кирхгофа

$$u = e = L\left(\frac{di}{dt}\right) = U_{Lm} \cos \omega t$$

где $U_{Lm} = E_{Lm} = LI_m \omega$

Следовательно, при синусоидальном токе напряжение на индуктивности по фазе опережает ток на угол $\varphi = \pi/2$. Векторная диаграмма этой цепи представлена на рисунке 161. Действующее значение напряжения $U = LI\omega$, откуда

$$I = \frac{U}{\omega L} = \frac{U}{X_L}$$

где $X_L = \omega L = 2nfL$ - индуктивное сопротивление, Ом.

Цепь с индуктивностью обладает только реактивной мощностью. Максимальное значение реактивной мощности, выражаемое в вольт-амперах (вар).

$$Q = UI = I^2 X_L$$

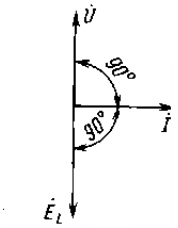

Рисунок 16.1 – Векторная диаграмма

3) Неразветвленная цепь переменного тока с активным сопротивлением и индуктивностью.

Неразветвленная цепь обладает активным сопротивлением R и индуктивностью L и подключена к источнику синусоидального напряжения. В соответствии со вторым законом Кирхгофа

$$u = iR + L\left(\frac{di}{dt}\right) = u_R + u_L = U_m \sin(\omega t + \varphi)$$

где u_a u_L – активная и индуктивная составляющие напряжения, В.

Напряжение опережает по фазе ток на угол φ. Амплитудное значение входного напряжения

$$U_m = \sqrt{U_{am}^2 + U_{Lm}^2}$$

где $U_{am} = I_m R$ - амплитудное значение активной составляющей напряжения, В;

$U_{Lm} = LI_m\omega$ - амплитудное значение реактивной составляющей напряжения, В.

Действующее значение напряжения

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \sqrt{\left(\frac{U_{am}}{\sqrt{2}}\right) + \left(\frac{U_{Lm}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{U_a^2 + U_L^2}$$

На рисунке 16.2,*а* представлена векторная диаграмма цепи, где напряжения U, U_a и U_L образуют треугольник напряжений для активно-индуктивной нагрузки.

Угол сдвига фаз между векторами входного напряжения и тока в цепи определяют из треугольника напряжений:

$$cos\varphi = \frac{U_a}{U} \text{ или } tq\varphi = \frac{U_L}{U_a}$$

Полное сопротивление цепи (Ом)

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

Ток в цепи

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{U}{Z}$$

Эта формула выражает закон Ома для действующих значений тока и напряжения цепи с активным сопротивлением и индуктивностью.

Полное сопротивление цепи Z графически изображают гипотенузой прямоугольного треугольника сопротивлений (рисунок 16.2, *б*), а катетами его являются активное R и индуктивное X_L сопротивления. Треугольник сопротивлений может быть получен из треугольника напряжений делением всех его сторон на I.

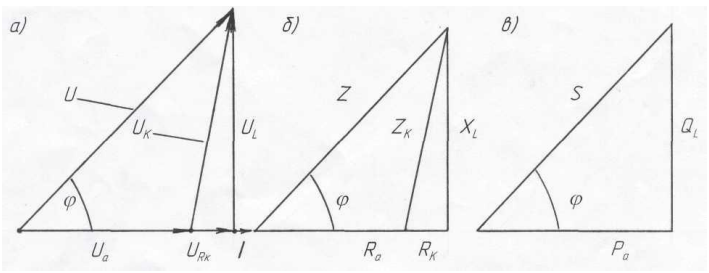

Рисунок 16.2 – Неразветвленная цепь переменного тока с активным сопротивлением и индуктивностью

Среднее значение мощности цепи за период равно среднему значению мощности в активном сопротивлении или активной мощности P

$$P = UIcIc\,\varphi = U_a I = I^2 R$$

Здесь множитель cosφ - коэффициент мощности. В зависимости от его значения при неизменных токе и входном напряжении активная мощность изменяется от нуля (при $\varphi = \pi/2$) до максимального значения (при $\varphi = 0$). Реактивная мощность

$$Q_L = UI\sin\varphi = U_L I = I^2 X_L$$

Произведение действующих значений входного напряжения и тока называют полной мощностью (В·А)

$$S = UI$$

Активную, реактивную и полную мощности изображают сторонами прямоугольного треугольника мощностей (рисунок 16.2, *в*), тогда

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

4) Цепь с емкостью.

Если электрическая цепь обладает только емкостью (конденсатор без потерь) и к ней приложено напряжение и переменного тока, то в цепи проходит ток

$$I = C\left(\frac{du}{dt}\right) = CU_m\omega = U_m\sin(\omega t + \pi/2)$$

где $u = U_m\sin\omega t$, т.е. ток в такой цепи опережает напряжение на угол $\pi/2$.

Амплитудное значение тока в цепи

$$I_m = CU_m\omega = \frac{U_m}{X_C}$$

где C - емкость конденсатора, Ф;

$X_c = 1/(\omega C)$ - емкостное сопротивление, Ом.

Действующее значение

$$I = \frac{U}{X_C}$$

Цепь обладает реактивной мощностью

$$Q = UI$$

5) Цепь с активным сопротивлением и емкостью.

Если в цепи с последовательно соединенным резистором и конденсатором проходит ток $i = I_m\sin\omega t$, то напряжение на активном сопротивлении u_a совпадает по фазе с током, а напряжение u_c на конденсаторе отстает от тока на угол $\pi/2$. Напряжение на зажимах цепи

$$u = u_a + u_c = U_m\sin(\omega t - \varphi)$$

Амплитуда этого напряжения

$$U_m = \sqrt{U_{am}^2 + U_{Cm}^2}$$

Действующее значение напряжения

$$U = \sqrt{U_a^2 + U_C^2} \text{ или } U = I\sqrt{R^2 + X_C^2} = IZ$$

Закон Ома для действующих значений тока и напряжения

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} = \frac{U}{Z}$$

где Z - полное сопротивление цепи.

Сопротивления Z, R и X_c графически изображают сторонами треугольника сопротивлений для активно-емкостной нагрузки (рисунок 16.3, *в*).

Активную, реактивную и полную мощности цепи с активным сопротивлением и емкостью (P, Q и S), а также фазовый сдвиг определяют аналогично тому, как это делалось для неразветвленной цепи с индуктивным и активным сопротивлениями. Мощности P, Q и S образуют стороны треугольника мощностей (рисунок 16.3,*б*).

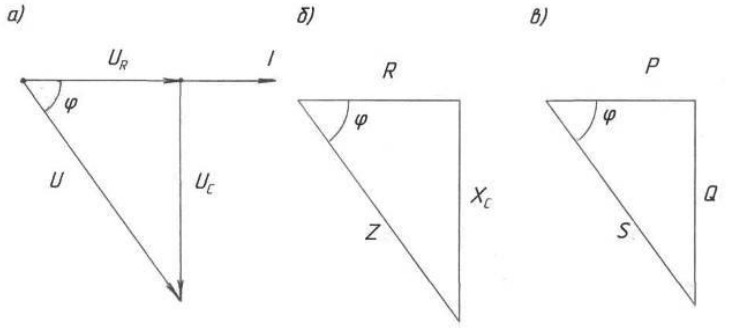

Рисунок 16.3 - Цепь с активным сопротивлением и емкостью

6) Цепь с активным сопротивлением, индуктивностью и емкостью.

Если в цепи с последовательно соединенными активным сопротивлением R, индуктивностью L и емкостью C проходит синусоидальный ток, то мгновенное значение напряжения на зажимах этой цепи равно сумме мгновенных значений трех составляющих:

$$u = u_a + u_L + u_C$$

Амплитуда этого напряжения

$$U_m = \sqrt{U_{am}^2 + (U_{Lm} - U_{Cm})^2}$$

Действующее значение

$$U = \sqrt{U_a^2 + (U_{Lm} - U_{Cm})^2}$$

или

$$U = I\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = IZ$$

где $X = X_L - X_C$ – реактивное сопротивление цепи.

На рисунке 16.4, представлены векторная диаграмма неразветвленной цепи RLC при $X_L > X_C$.

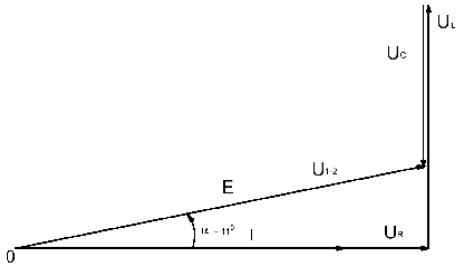

Рисунок 16.4 – Векторная диаграмма

Из векторной диаграммы или треугольника сопротивлений можно определить сдвиг по фазе между напряжением и током:

$$\cos\varphi = \frac{U_a}{U} = \frac{R}{Z}$$

Мощности цепи:

$$P = UI\cos\varphi$$
$$Q = UI\sin\varphi$$
$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

7) Резонанс напряжений

В неразветвленной цепи RLC при равенстве реактивных сопротивлений $X_L = X_C$ наступает резонанс напряжений

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

откуда угловая резонансная частота

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

резонансная частота

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Полное сопротивление цепи при резонансе напряжений равно активному сопротивлению и приобретает минимальное значение

$$Z = \sqrt{R^2 (X_L - X_C)^2} = R$$

Ток в цепи при постоянстве действующего значения входного напряжения U имеет наибольшее значение $I = U/R$ и совпадает по фазе с напряжением, т.е. $\varphi = 0$ и коэффициент мощности $\cos\varphi = 1$.

При резонансе напряжений падения напряжений U_L и U_c находятся в противофазе, равны между собой $U_L = U_c$ и приобретают максимальное значение.

Ход работы

1) Прочитать теоретическое обоснование.
2) Выписать данные для своего варианта.
3) Решить задачу, при решении задачи пояснить все действия, изображение векторных диаграмм производить в масштабе.
4) Ответить на контрольные вопросы.

Задача

Цепь переменного тока содержит различные элементы (резисторы, индуктивности, емкости), включенные последовательно. Схема цепи приведена на соответствующем рисунке. Номер рисунка и значение сопротивлений всех элементов, а также один дополнительный параметр заданы в таблице 16.1.

Начертите схему цепи и определите следующие величины, относящиеся к данной цепи, если они не заданы в таблице 16.1:

1) полное сопротивление Z; 2) напряжение U, приложенное к цепи; 3) ток I; 4) угол сдвига фаз φ (по величине и признаку); 5) активную P, реактивную Q, полную S мощности цепи. Начертите в масштабе векторную диаграмму цепи и поясните ее построение.

Таблица 16.1 - Исходные данные к задаче

Вариант	**Номер рисунка**	**R_1 Ом**	**R_2 Ом**	**X_{L1} Ом**	**X_{L2} Ом**	**X_{C1} Ом**	**X_{C2} Ом**	**Дополнительная величина**
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	4	-	6	-	3	-	QL1 = 150 вар
2	2	6	2	3	-	9	-	U = 40 В
3	3	10	6	-	-	12	-	I = 5 А
4	4	6	2	6	-	-	-	PR1 = 150 Вт
5	5	8	-	3	-	3	6	S = 360 ВА
6	1	3	-	2	-	6	-	U = 50 В
7	2	4	4	4	-	10	-	I = 4 А
8	3	4	2	-	-	8	-	QC1 = -800 вар
9	4	8	4	16	-	-	-	S = 250 ВА
10	5	6	-	8	-	4	12	P = 150 Вт
11	1	6	-	10	-	2	-	I = 5 А
12	2	4	2	12	-	4	-	P = 24 Вт
13	3	5	3	-	-	6	-	S = 250 ВА
14	4	3	1	3	-	-	-	QL1 = 80 вар
15	5	4	-	10	-	2	5	Q = 300 вар
16	1	8	-	4	-	10	-	P = 800 Вт
17	2	3	3	2	-	10	-	QC1 = - 160 вар
18	3	8	4	-	-	16	-	UR1 = 32 В
19	4	10	6	12	-	-	-	U = 100 В
20	5	6	-	4	-	8	4	I = 4 А

Вариант	Номер рисунка	R_1 Ом	R_2 Ом	X_{L1} Ом	X_{L2} Ом	X_{C1} Ом	X_{C2} Ом	Дополнительная величина
21	1	12	-	18	-	2	-	S = 500 ВА
22	2	8	4	20	-	4	-	QL1 = 500 вар
23	3	2	2	-	-	3	-	P = 100 Вт
24	4	4	4	6	-	-	-	I = 2 А
25	5	12	-	12	-	20	8	U = 60 В
26	1	4	-	6	-	3	-	UL1 = 30 В
27	2	10	6	16	-	4	-	U = 100 В
28	3	25	7	-	-	24	-	PR2 = 28 Вт
29	4	10	6	12	-	-	-	Q = 48 вар
30	5	30	-	70	-	10	20	S = 200 ВА

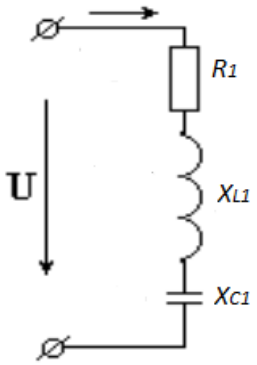

Рисунок 1

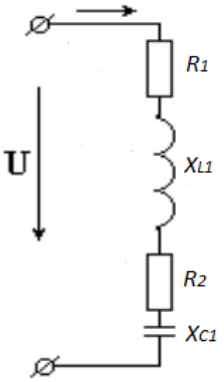

Рисунок 2

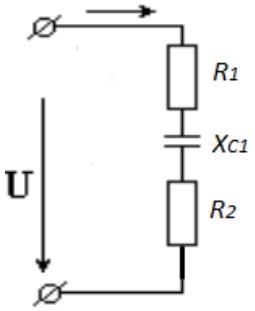

Рисунок 3

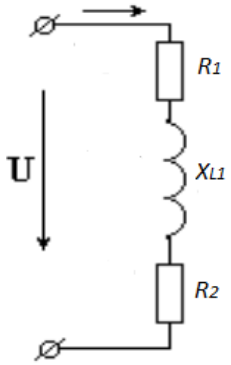

Рисунок 4

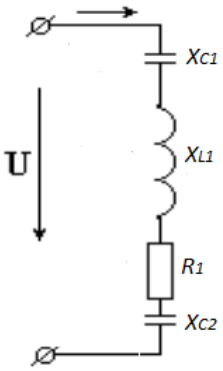

Рисунок 5

Контрольные вопросы

1) Какие основные параметры характеризуют переменный ток?
2) Как определить сдвиг по фазе между напряжением и током?
3) Что такое активная, реактивная и полная мощность цепи переменного тока?
4) В чем заключается явление резонанса напряжений?

Содержание отчета

1) Номер, тема и цель работы.
2) Решение задачи с пояснениями.
3) Векторная диаграмма.
4) Ответы к решению задачи.
5) Ответы на контрольные вопросы.